

Табличный симплекс метод

Необходимо решить задачу линейного программирования.

Целевая функция:

$$2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 8x_4 \rightarrow \min$$

Ограничивающие условия:

$$3x_1 + 6x_2 - 4x_3 + x_4 \leq 12$$

$$4x_1 - 13x_2 + 10x_3 + 5x_4 \geq 6$$

$$3x_1 + 7x_2 + x_3 \geq 1$$

Приведем систему ограничений к каноническому виду, для этого необходимо перейти от неравенств к равенствам, с добавлением дополнительных переменных.

Так как наша задача - задача минимизации, то нам необходимо преобразовать ее к задаче на поиск максимума. Для этого изменим знаки коэффициентов целевой функции на противоположные. Элементы первого неравенства записываем без изменений, добавив в него дополнительную переменную x_5 и изменив знак " \leq " на " $=$ ". Т. к. второе и третье неравенства имеют знаки " \geq " необходимо поменять знаки их коэффициентов на противоположные и внести в них дополнительные переменные x_6 и x_7 соответственно. В результате получаем эквивалентную задачу:

$$3x_1 + 6x_2 - 4x_3 + x_4 + x_5 = 12$$

$$-4x_1 + 13x_2 - 10x_3 - 5x_4 + x_6 = -6$$

$$-3x_1 - 7x_2 - x_3 + x_7 = -1$$

Переходим к формированию исходной симплекс таблицы. В строку F таблицы заносятся коэффициенты целевой функции с противоположным знаком (они не изменились, поскольку мы перешли от задачи минимизации к задаче максимизации!).

	x1	x2	x3	x4	Своб член
F	2	5	3	8	0
X5	3	6	-4	1	12
X6	-4	13	-10	-5	-6
X7	-3	-7	-1	0	-1

В составленной нами таблице имеются отрицательные элементы в столбце свободных членов, находим среди них максимальный по модулю - это элемент: -6, он задает ведущую строку - X6. В этой строке так же находим максимальный по модулю отрицательный элемент: -10 он находится в столбце X3 который будет

ведущим столбцом. Переменная в ведущей строке исключается из базиса, а переменная соответствующая ведущему столбцу включается в базис.

Пересчитаем симплекс-таблицу:

	X1	X2	X6	X4	Своб член
F	0.8	8.9	0.3	6.5	-1.8
X5	4.6	0.8	-0.4	3	14.4
X3	0.4	-1.3	-0.1	0.5	0.6
X7	-2.6	-8.3	-0.1	0.5	-0.4

В составленной нами таблице имеются отрицательные элементы в столбце свободных членов, находим среди них максимальный по модулю - это элемент: -0.4, он задает ведущую строку - X7. В этой строке так же находим максимальный по модулю отрицательный элемент: -8.3 он находится в столбце X2 который будет ведущим столбцом. Переменная в ведущей строке исключается из базиса, а переменная соответствующая ведущему столбцу включается в базис.

Пересчитаем симплекс-таблицу:

	X1	X7	X6	X4	Своб член
F	-1.988	1.072	0.193	7.036	-2.229
X5	4.349	0.096	-0.41	3.048	14.361
X3	0.807	-0.157	-0.084	0.422	0.663
X2	0.313	-0.12	0.012	-0.06	0.048

Так как в столбце свободных членов нет отрицательных элементов, то найдено допустимое решение. В строке F имеются отрицательные элементы, это означает, что полученное решение не оптимально. Определим ведущий столбец. Для этого найдем в строке F максимальный по модулю отрицательный элемент - это -1.988. Ведущей строкой будет та для которой отношение свободного члена к соответствующему элементу ведущего столбца минимально.

Ведущей строкой является X2, а ведущий элемент: 0.313.

	X2	X7	X6	X4	Своб член
F	6.351	0.31	0.269	6.655	-1.924
X5	-13.895	1.763	-0.577	3.882	13.694
X3	-2.578	0.152	-0.115	0.577	0.539
X1	3.195	-0.383	0.038	-0.192	0.153

Так как в строке F нет отрицательных элементов, то найдено оптимальное решение. Так как исходной задачей был поиск минимума, то оптимальным решением будет свободный член строки F, взятый с противоположным знаком. $F=1.924$

при значениях переменных равных: $x_3=0.539$, $x_1=0.153$. Переменные x_2 и x_4 не входят в базис, поэтому $x_2=0$ $x_4=0$.